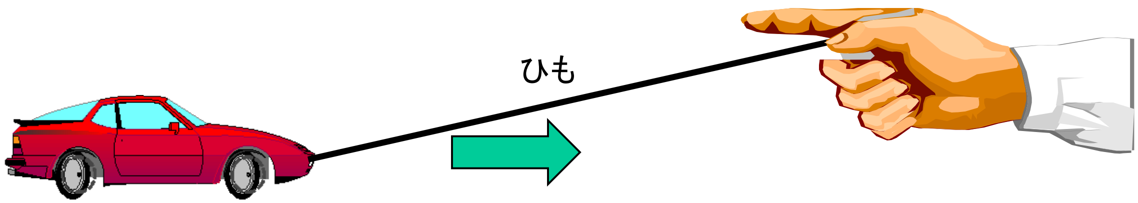
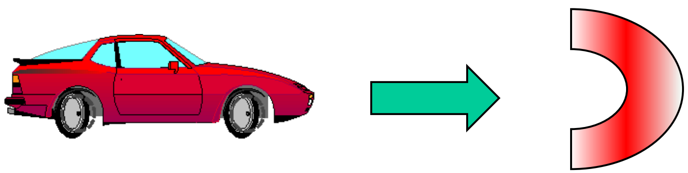
力とは何か



おもちゃの自動車にひもを付けて引っ張る。

自動車がひもに引かれて動き出す。

遠隔作用

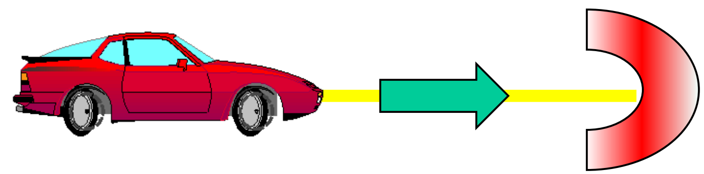


磁石に引かれて自動車が動き出す。

何もない空間を力が伝わる。

どうして力が働くのか説明できない。

近接作用



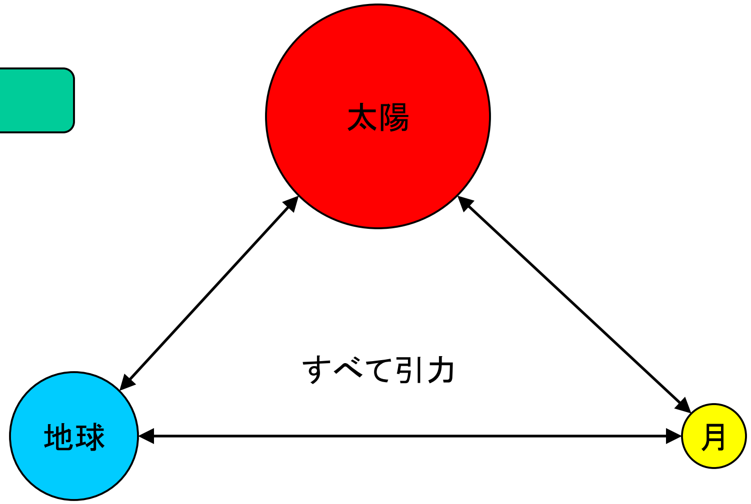
実は目に見えないひもが作用して、
そのひもに引かれて自動車が動き出す。

どうして力が働くのか説明できる。

ここで一点。
磁石から出た磁力は瞬間的に自動車に作用するのでしょうか？否、相対性理論により、力が伝わる速さは光の速度を超えられません。従って磁石をかざしてから何億分の１秒後に車が動くのです。上図のひもで引っ張る場合も同様です。ひもに力を入れてから自動車が動くまでにはひもの長さに対応する時間を要しています。瞬間的に動いているように見えますが、ひもを構成している原子に次々に力が伝わって、はじめて自動車が引かれるのです。

力の働き

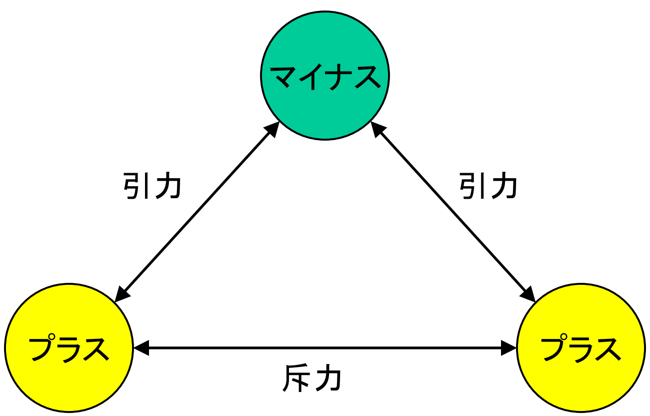
重力の場合



重力は全て引力で反発する斥力がない。それに対して電磁力（電気の力と磁石の力）は同じ符号同士は反発する斥力であるのに対して、違う符合で互いに引きつけ合う引力となる。このように力の性質は根本的に異なる。ただし、この性質の違いは、後に説明する力を媒介する粒子（これをゲージ粒子と言う）の違いによるものであり、本質は同じである。

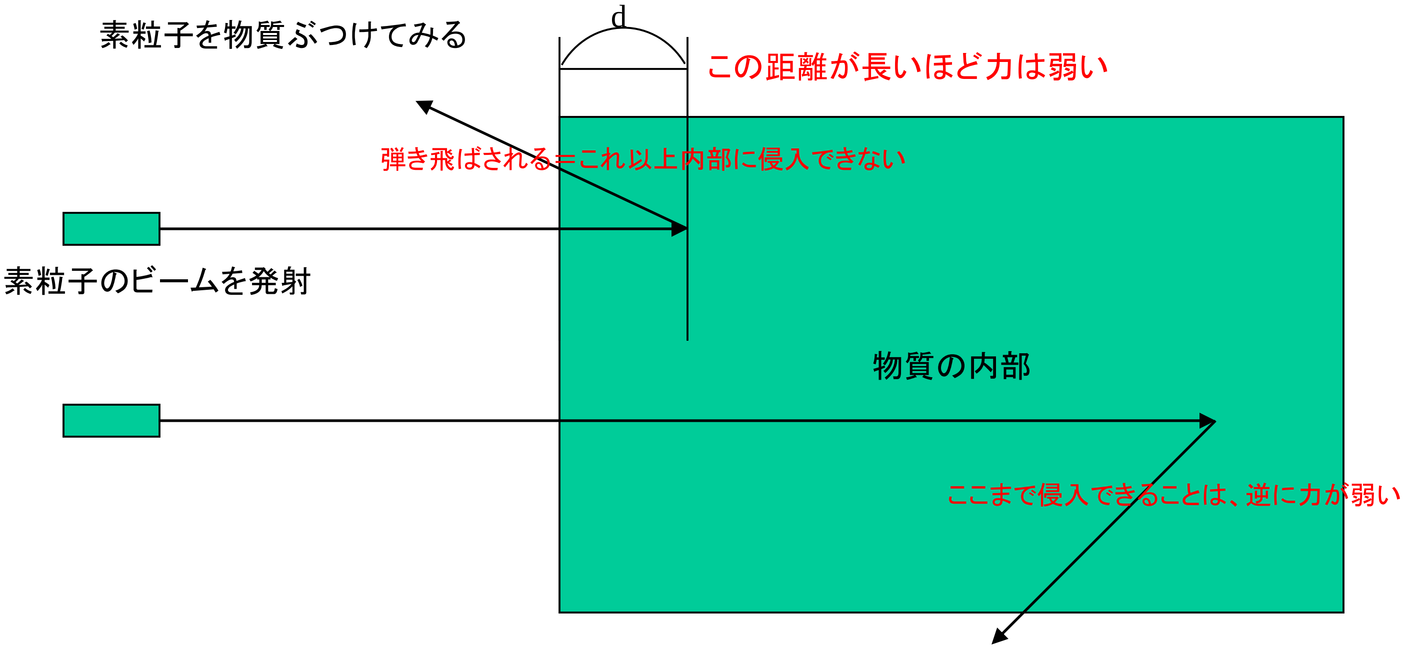
重力を媒介するグラピトンと電磁力を媒介する光子のスピン（角運動量を量子化したもの）の違いによる

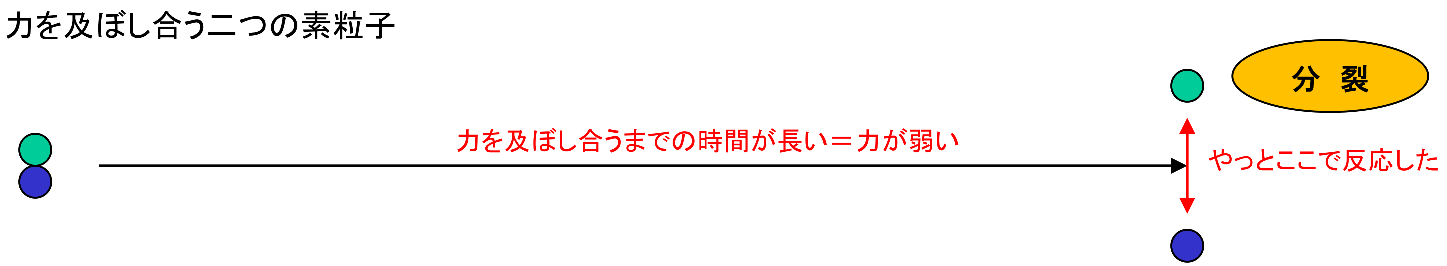
電磁力の場合

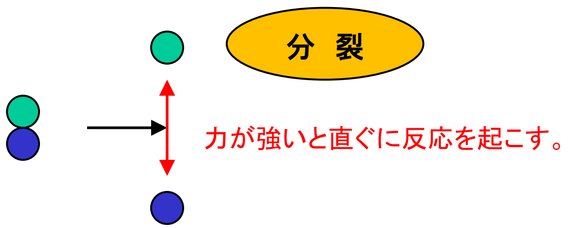


世界にプラスとマイナスの二種類の性質がある。その哲学は古来から善悪二元論、あるいは陰陽五行説などによる二元論として伝えられている。しかし世界が二つに分かれる。たとえば男女の違いなど、あるいは善悪二つがあるなどという性質は、二つのものを比べると必ず違いが出るもの（例えば東京都民と神奈川県民にも同じ基準で計測すれば違いが現れるのは当然）で本質は同じなのに、人間が勝手に二元論的世界観で物事を見ているからに他ならない。電磁力のプラス・マイナスは単なる性質の違いである。

素粒子同士に働く力の強さ

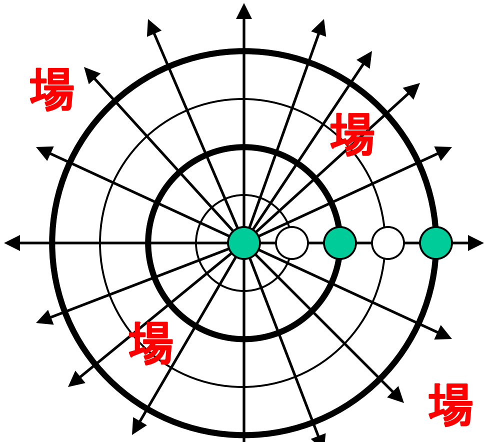






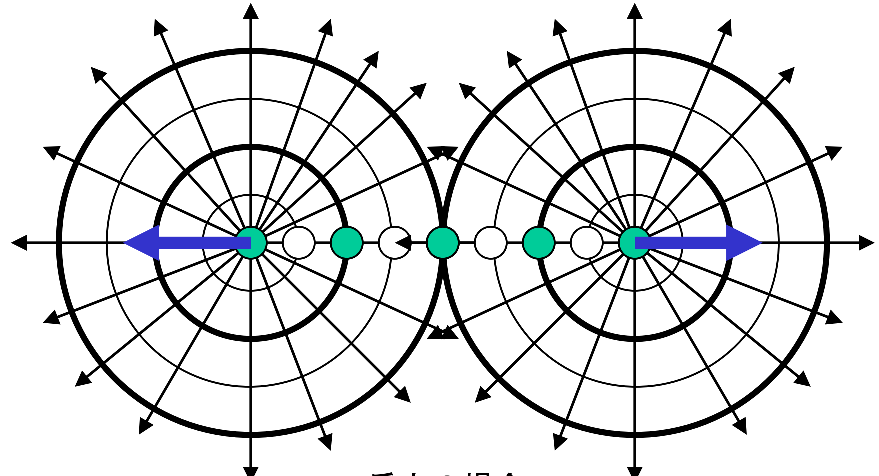
素粒子が二つ以上に分裂、分裂するまでの時間が長いほど力が弱い
この素粒子の分裂を「素粒子の崩壊」とも言う
中性子が、陽子と電子、そしてニュートリノに分裂する「ベータ崩壊現象」はこれにあたる。（崩壊するまで約17分かかる）

素粒子の相互作用

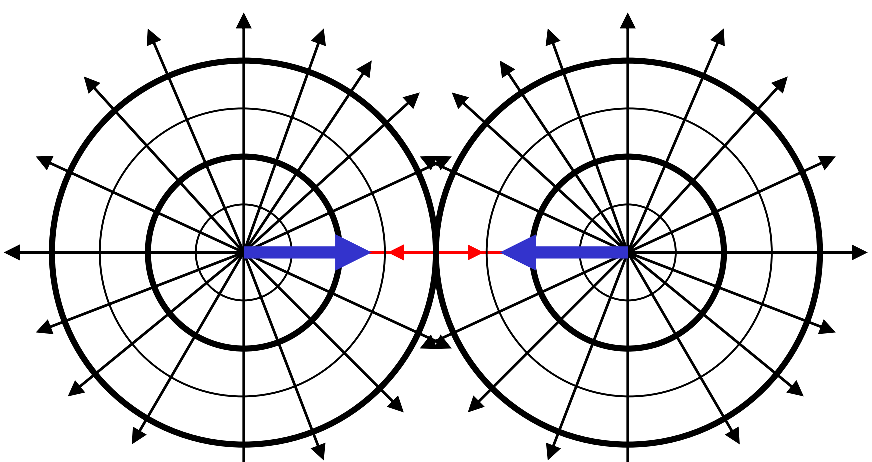


力が働く粒子は力を媒介する粒子（ゲージ粒子）を全方向へ放出する。また隣接する空間から同種の粒子を受け取る。その際反跳を受ける。（運動量の保存による）その放出と受取及び粒子の生成と消滅があらゆる方向に無限に伝わる。

このように、力が働く粒子（電気力が働く電子や陽子など）は、それ一つでも、周りの空間に力を媒介する粒子（光子など）を放出している。それによって見えないけれども周りの空間の状態が、そこに何もない場合とは異なっていることが分かる。これが先に述べた「**近接作用**」であり、粒子によって状態が変容した空間のことを「**場**」と呼ぶ。



斥力の場合



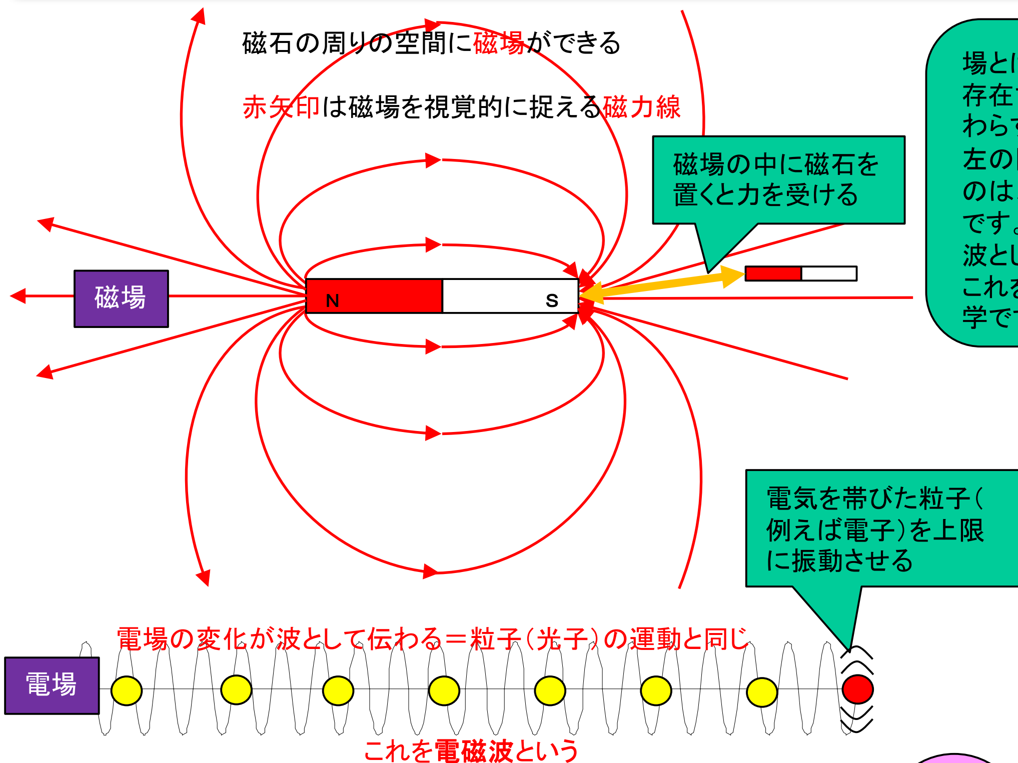
引力の場合

斥力の場合
・相手からの送られた力（粒子・波）が粒子に当たると反跳を受ける。（運動量の保存による）相手の粒子も同様に反跳を受け弾き飛ばされる。よって互いに反発力が生じるように見える。
引力の場合
・こちらから送る力（粒子・波）と相手から送られてきた力（粒子・波）が互いに打ち消されて、互いの方向のみ力（粒子・波）が消滅する。粒子は反対側から反跳を受けて、相手の方向に力が働くように見える。

粒子に働く力が引力か斥力かの違いは、力を媒介するゲージ粒子のスピン（量子化された角運動量）による。
※ゲージ粒子はボーズ粒子のためスピンは全て整数
スピン0の粒子・・全て引力
スピン1の粒子（光子）・・符号が同＝斥力、符号が逆＝引力
スピン2の粒子（グラビトン）・・符号が同＝引力、符号が逆＝斥力

力が働く“場”という考え方

離れた場所に力が伝わる理由　“場”という考え方
　二つの磁石が引き付け合う（反発する）という現象。磁石同士はくっ付いていないのにどうして力が働くのか？何もない場所に磁石を持ってくるとしましょう。その際、磁石がその場所に置かれる前と置かれた後の空間の性質が変わったのではないかと考える。その性質を磁場とよびましょう。すなわち、磁石が置かれたとき、その周りの空間に“磁場”というものが生まれる。もちろん磁場は見えません。最初にこの磁場という考え方を持ちだしたのはイギリスの物理学者ファラデーです。彼はこう考えました。イメージを以下の図に示します。



場とは、物理量（例えば、電荷や磁荷、あるいは質量）を持つ物体がその空間に存在するとき、その周りの空間（そこに何か紐のような物体があるかないかに関わらず）の性質に影響を与えている場合、その空間を“場”といいます。
左の図で、大きい磁石と小さい磁石が力を及ぼし合う。すなわち相互作用するのは、大きい磁石によって作り出された場に小さい磁石が置かれたことによるのです。この磁石によって作り出された場の概念を拡張して、電場と磁場の変動が波として伝わる空間を場と考える。この波を電磁波という。つまり光と同等の波。これを物理的に示したのが、ファラデーの考えをさらに進めたマクセルの電磁気学です。数式的には、マクセル方程式にまとめられています。

　上記、電磁気学による場の考え方の導入をさらに進めて、量子力学の考えを取り入れた「場の量子論」というものがあります。この場の量子論は、「素粒子物理学」の基盤であり、前項の電磁気学での場の考え方を古典的場の理論といいます。
場の量子論では、古典的場の理論を拡張して、空間だけではなく、時間についても物理的影響を受けた際それを**場**と考える。（※あわせて時空間という。これにより時間と空間は同等とする「相対性理論」の要請を満たす）
　量子力学では、電磁力を伝える電磁波は波であると同時に**粒子**でもあるとする。また電子などの電荷を持つ粒子は、波でもあると考える。その波として状態を記述したものがシュレディンガー方程式です。

場

物体の運動

粒子でもあり
波でもある

＝

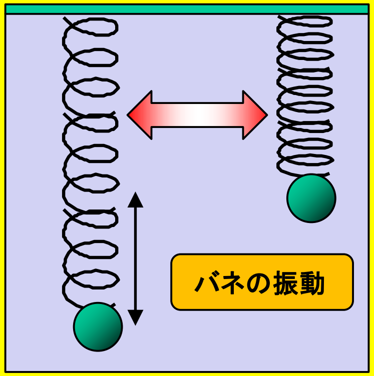
力の相互作用

粒子でもあり
波でもある

場の量子論では、粒子も相互作用も統一的に“場”で表される。場は粒子が生成したり消滅したりを繰り返す、時空間として捉える。

場の量子論

1. 古典力学的振動　以下の内容については、「シュレディンガー方程式」を参照



波が振動する様子を数学的に記述したもので一番単純なのは、バネの振動である。有名な**フックの法則**により、力Fは

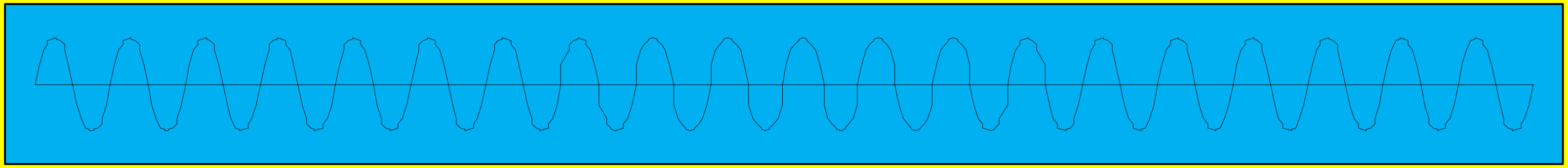
$F = -k \cdot x$ ・・・①　と表される。xは中心（力が働いていない点）からの距離であり、**変位**という。kはバネ定数。

したがって運動方程式は、

$m \cdot (d^2 x / dt^2) = -k \cdot x$ ・・・②（mfおもりの質量）この方程式を解くと、

$x = A \cdot \sin(\omega t + \alpha)$ ・・・③　とかける。（Aは振幅、ωは角振動数、αは初期位相）　これを②に代入して、$m \cdot \omega^2 = k$　を得る。

このようなωが一定で、単純な三角関数で表される単純な振動を「単振動」または「調和振動」という。これをグラフで書くと、



2. 量子力学での調和振動

上図のように波は単純なサインカーブで表される。ここで振動している物体を、たとえば電子などの素粒子としよう。（mは電子の質量）
ポテンシャルエネルギーUは、$F = -\nabla U$（∇はナブラ記号で、$\nabla = (\partial/\partial x \ \ \partial/\partial y \ \ \partial/\partial z)$ である）となり、今変位をx方向。すなわち1次元のみをを考えると、

$U = (1/2) \cdot m \cdot \omega^2 \cdot x^2$ ・・・④　すると量子力学のシュレディンガー方程式は以下のようになる。

$\{(-\hbar/2m) \cdot d^2/dx^2 + (1/2) \cdot m \cdot \omega^2 \cdot x^2\} \Psi n = En \cdot \Psi n$ ・・・⑤　となる。（EnはエネルギーPE固有値。ΨnはEnに対する固有関数）

$\xi = \sqrt{m \cdot \omega / \hbar} \cdot x$　とおいて、⑤を解くと、

$\Psi n = An \cdot Hn(\xi) \cdot \exp(-\xi^2/2)$ ・・・⑥　となる。エネルギー固有値は、$En = (n + 1/2) \cdot \hbar \cdot \omega$ ・・・⑦　となる。（n＝0, 1, 2, 3, ・・・）

Anは規格化定数で、$An = \sqrt{1/(2^n \cdot n!) \cdot \sqrt{2m \cdot \omega / \hbar}}$　　$Hn(\xi)$は**エルミート多項式**といい、$Hn(\xi) = (-1)^n \cdot \exp(\xi^2) \cdot d^n \exp(-\xi^2)/d\xi^n$　である。

アインシュタインの関係式（$E = \hbar \cdot \omega$）により、固有エネルギーEnごとに、角振動数ω が独立に存在すると考えると、ωも、ωn（n＝ 0, 1, 2, 3, ・・・）という具合に、nごとに値を持つ。従ってシュレディンガー方程式の波とは、nごとにそれぞれ固有の角振動数とそれに対応したエネルギーを持って振動する素子の集まりと考える。この振動素子を**調和振動子**とよび、一つ一つの調和振動子を粒子として見立てれば、**波とは多数の振動する粒子の集合体**とみなせる。これが場の量子論の基本原理である。

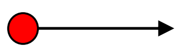
古典論から場の量子論へ

古典力学である「ニュートン力学」では、運動する物体を大きさのない**質点**の集合体とみなし、それぞれの質点はニュートン方程式に完全に従うと考えました。ミクロな現象(原子や素粒子の振る舞い)では、ニュートン方程式が成り立たないことが明らかになり、それを克服した量子力学が誕生しました。量子力学では、電子などのミクロの素粒子を波とみなしました。その波が従う方程式が、ニュートン方程式に代わるシュレディンガー方程式です。
場の量子論では、この波を反対に多数の粒子とみなして、理論を作ったというわけです。そういう意味で、粒子を波と捉えることを第1の量子化とするならば、波をさらに粒子として量子化することを第2量子化と言っています。

古典力学

対象:運動する物体を質点(大きさを持たない点)の集合体とみなす

方程式:ニュートン方程式



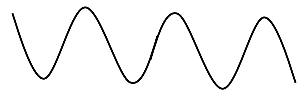
$$\boldsymbol{F} = m \cdot d^2 \boldsymbol{x} / dt^2$$

→ 量子化 →

量子力学

対象:粒子(電子など)を波とみなす

方程式:シュレディンガー方程式



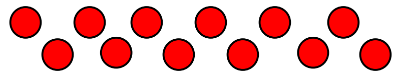
$$i\hbar \cdot \partial\Psi / \partial t = \{-(\hbar^2/2m) \cdot \nabla^2 + U\}\Psi$$

→ 第2量子化 →

場の量子論

対象:波を多数の粒子の集合体とみなす

方程式:場の方程式
(例:ディラック方程式)



$$(1/c) \cdot \partial\Psi/\partial t + \boldsymbol{A} \cdot \partial\Psi/\partial x + (m \cdot c/\hbar) \cdot \boldsymbol{B}\Psi = 0$$

粒子の生成と消滅

場の量子論では、粒子は何もない空間から生成される。この何もない空間を「**真空**」とよぶ。また粒子が存在する状態から消滅する。すなわち真空に戻る。量子力学では、真空の状態であっても最低限のエネルギーは存在していることになっていて、その時のエネルギーを**ゼロ点エネルギー**、その状態を基底状態とよぶ。

真空の状態(基底状態)をケットベクトルで表し、$|0\rangle$とかくとする。ここで粒子を一つ増やす演算子を$\mathbf{a}^\dagger$ とする。また粒子を一つ減らす演算子を$\mathbf{a}$ とする。

$\mathbf{a}^\dagger$ を**生成演算子**、$\mathbf{a}$ を**消滅演算子**とよぼう。(添え字の"†"はダガー記号といい、$\mathbf{a}$ の**エルミート共役演算子**を$\mathbf{a}^\dagger$ とする) 今n個の固有状態をもつ、すなわちn個の調和振動子(つまり粒子)からなる多粒子状態を$|\omega_1, \omega_2, \omega_3, \cdots \omega_n\rangle$とすると、

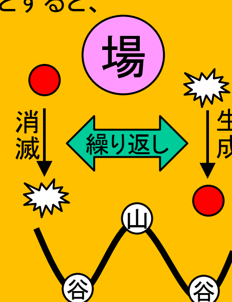
$$|\omega_1, \omega_2, \omega_3, \cdots \omega_n\rangle = \underbrace{\mathbf{a}^\dagger \cdot \mathbf{a}^\dagger \cdot \mathbf{a}^\dagger \cdots \mathbf{a}^\dagger}_{n個} |0\rangle \quad \cdots ⑧$$ となる。

つまり真空に$\mathbf{a}^\dagger$ をn回作用させたものと同じになる。

また$|\omega_1, \omega_2, \omega_3, \cdots \omega_n\rangle$ に$\mathbf{a}$ をn回作用させて、

$$\underbrace{\mathbf{a} \cdot \mathbf{a} \cdot \mathbf{a} \cdots \mathbf{a}}_{n個} |\omega_1, \omega_2, \omega_3, \cdots \omega_n\rangle = |0\rangle \quad \cdots ⑨$$ である。

つまりn個の粒子からなる状態に$\mathbf{a}$ をn回作用させると、真空に戻る。



波の振動を粒子の生成・消滅の繰り返しとみなす

生成演算子a†・消滅演算子a

波の調和振動子を構成しているi番目の粒子の座標と運動量を$\boldsymbol{x}_i$、$\boldsymbol{P}_i$ (i=1, 2, 3, ・・・n)とすると、

$$\mathbf{a}_i^\dagger = (\sqrt{m \cdot \omega_i / 2\hbar}) \cdot \boldsymbol{x}_i - (i / \sqrt{2\hbar \cdot m \cdot \omega_i}) \cdot \boldsymbol{P}_i$$

$$\mathbf{a}_i = (\sqrt{m \cdot \omega_i / 2\hbar}) \cdot \boldsymbol{x}_i + (i / \sqrt{2\hbar \cdot m \cdot \omega_i}) \cdot \boldsymbol{P}_i$$

また、交換関係 $[\mathbf{a}_i \ \ \mathbf{a}_j^\dagger] = \delta_{ij}$ を満たす。